

CONTRIBUTION A L'ANALYSE DU PHENOMENE D'INTERACTION SOL-STRUCTURE PAR UNE COMBINAISON D'ELEMENTS FINIS ET INFINIS

M. DEMIDEM

Chargé de cours, ENP, Alger

M. CHEIKH-TOUAMI

Ingénieur, ENP, Alger

M. BOUDA

Ingénieur, ENP, Alger

Résumé

La solution d'un certain nombre de problèmes, caractérisés par leur comportement asymptotique, par la méthode des éléments finis conduit à une limitation du domaine dans lequel ces problèmes sont définis en raison de la taille du système d'équations à résoudre.

Cependant, une analyse réaliste de ces problèmes consiste à combiner la méthode des éléments finis (M.E.F) et la méthode des éléments infinis (M.E.I) compte tenu des avantages qu'offrent les deux méthodes respectivement par rapport aux champs proche et lointain [2], [3].

A ce titre, le problème d'interaction sol-fondation circulaire a été traité par ce couplage numérique très intéressant.

Mots clés : modélisation • éléments finis • éléments infinis • interaction sol-structure.

1 INTRODUCTION

Souvent, l'analyse des problèmes non bornés impose l'utilisation de dimensions étendues dans le but de modéliser correctement le comportement du champ lointain [5]. La solution de ces problèmes par la (M.E.F) peut être coûteuse en raison du volume de l'espace physique nécessaire. Afin de remédier à cette difficulté, le couplage des techniques numériques telles que la (M.E.F) et (M.E.I) s'avère incontournable en raison des avantages que présentent la (M.E.F) ; contraintes maximum, fissuration...etc...[6] et la

(M.E.I) ; conditions aux limites réaliste ; caractère asymptotique de la solution ...etc...[5].

L'implémentation de l'élément infini à quatre nœuds, a été mise en œuvre en considérant un decay spécifique pour la solution des problèmes du semi-espace infini aussi bien en axismétrie (cas de la présente étude) qu'en déformation plane. Les résultats de l'analyse sont très satisfaisants.

2 FORMULATION DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS

Le principe selon lequel la méthode des éléments finis repose est que l'on subdivise le domaine étudié en une série d'éléments dans lesquels les inconnues du problème sont interpolées par le biais de fonctions continues et de paramètres nodaux.

2.1 Analyse du champ proche

L'interpolation du champ de déplacement pour les problèmes plans s'écrit :

$$\begin{aligned} \{U\} &= [N] \{\bar{U}\} \\ N_1 &= \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 - \eta) \\ N_2 &= \frac{1}{4} (1 - \xi)(1 + \eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 + \eta) \\ N_4 &= \frac{1}{4} (1 + \xi)(1 - \eta) \end{aligned} \quad (1)$$

$$[K]^e = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [B]^T [D] [B] |J| d\xi d\eta \quad (2)$$

$$[K] = \sum_{i=1}^{NE} [K]^e \quad (3)$$

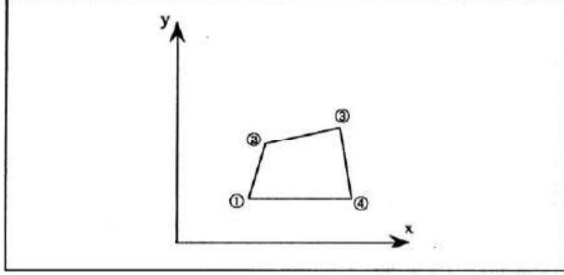


Figure 1 : Représentation du plan physique.

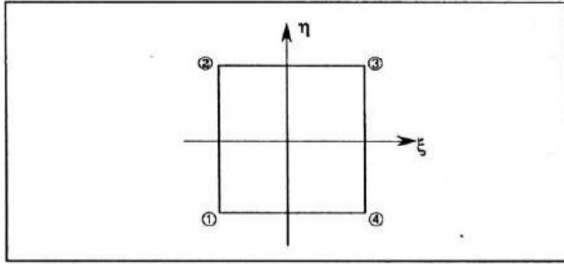


Figure 2 : Représentation du plan naturel.

$$[J] = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} \quad X = \sum_{i=1}^{NN} N_i \hat{X}_i, \quad Y = \sum_{i=1}^{NN} N_i \hat{Y}_i \quad (4)$$

avec :

- [N] : fonction de forme
- [B] : matrice de transformation
- [D] : matrice de comportement
- [K]^e : matrice de rigidité élémentaire
- [J] : Jacobien de la transformation
- [K] : matrice de rigidité globale
- NE : nombre d'éléments
- NN : nombre de nœuds

3 FORMULATION DE LA METHODE DES ELEMENTS INFINIS

La méthode des éléments infinis consiste à utiliser une méthode conventionnelle de Galerkin dans laquelle les fonctions poids sont égales aux fonctions de forme. L'idée de la méthode consiste à transformer un élément infini vers un domaine normé (cas d'un élément unidimensionnel (Figure-4)). Ainsi, les fonctions ascendantes de transformation (approche inverse) sont déterminées en utilisant le "mapping" de ZIENKIEWICZ [6].

d'où la géométrie peut être interpolée comme suit :

$$X = M_o X_o + M_q X_q \quad (5)$$

avec :

$$M_o = \frac{-2\xi}{1-\xi}$$

$$M_q = \frac{1+\xi}{1-\xi}$$

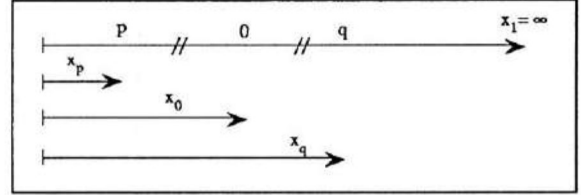


Figure 3 : Représentation globale.

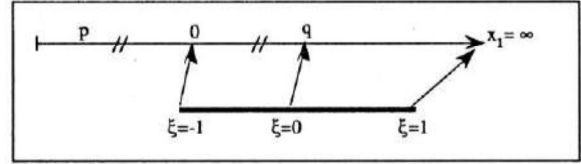


Figure 4 : Représentation locale.

3.1 Analyse du champ lointain

L'interpolation du champ de déplacement s'écrit :

$$U = \sum_{i=1}^{NN} N_i \hat{U}_i \quad (6)$$

$$V = \sum_{i=1}^{NN} N_i \hat{V}_i$$

La transformation géométrique s'écrit :

$$X = \sum_{i=1}^{NN} M_i \hat{X}_i \quad (7)$$

$$Y = \sum_{i=1}^{NN} M_i \hat{Y}_i$$

Elément infini selon "x" :

$$M_1 = \frac{-\xi(1-\eta)}{(1-\xi)}, \quad M_2 = \frac{-\xi(1+\eta)}{(1-\xi)} \quad (8)$$

$$M_3 = \frac{(1+\eta)(1+\xi)}{2(1-\xi)}, \quad M_4 = \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{2(1-\xi)}$$

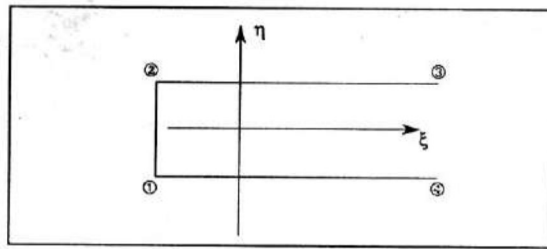


Figure 5 : Elément infini selon "x"

Elément infini selon "y" :

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{(1-\xi)(1-\eta)}{2(1+\eta)}, & M_2 &= \frac{\eta(1-\xi)}{(1+\eta)} \\ M_3 &= \frac{(1+\xi)(\eta)}{(1+\eta)}, & M_4 &= \frac{(1+\xi)(1-\eta)}{2(1+\eta)} \end{aligned} \quad (9)$$

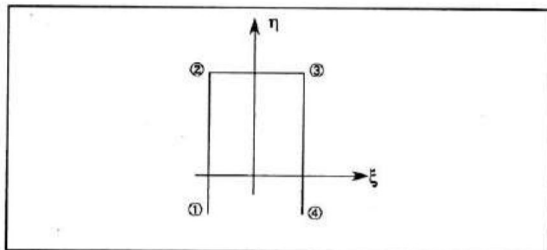


Figure 6 : Elément infini selon "y".

Elément infini selon "xy" :

Les fonctions de transformation selon la direction "xy" peuvent être obtenues de la même manière et ce en combinant leur mapping respectif.

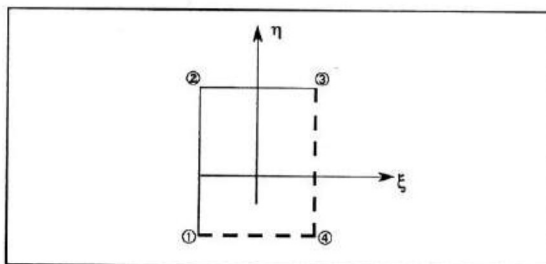


Figure 7 : Différents types d'éléments infinis.

4 APPLICATIONS

4.1 Analyse du problème de Boussinesq par la méthode des éléments finis

Le problème de Boussinesq consiste dans l'étude d'un sol semi-infini qui s'étend sur un demi-espace élastique, homogène, isotrope et qui obéit à la loi de Hooke.

La convergence du modèle ci-après par la M.E.F., aussi bien pour les contraintes que pour les déplacements, a nécessité l'utilisation de 324 éléments finis isoparamétriques à quatre nœuds et donc un fichier de

données relativement lourd pour l'exécution et l'exploitation des résultats.

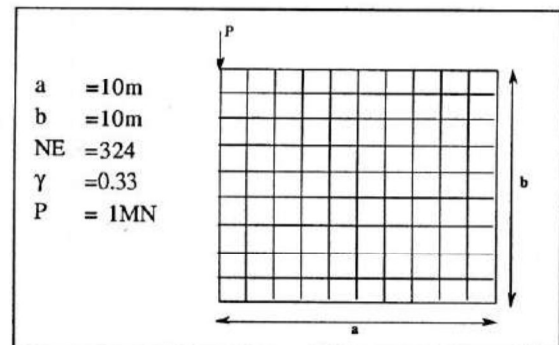


Figure 8 : Modèle éléments finis validé. Charge concentrée.

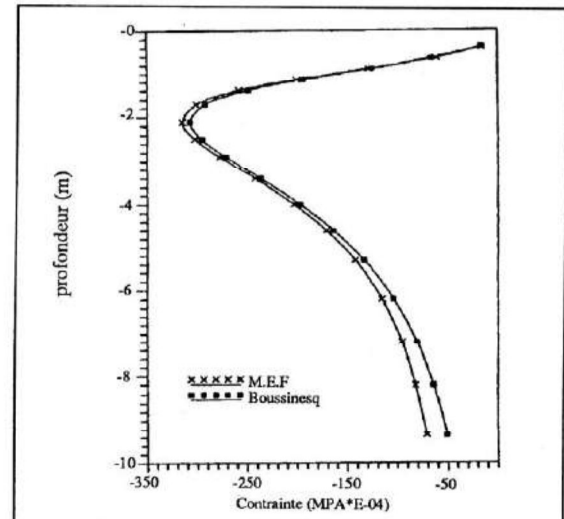


Figure 9 : Contrainte verticale dans une section verticale par Boussinesq et par la M.E.F.

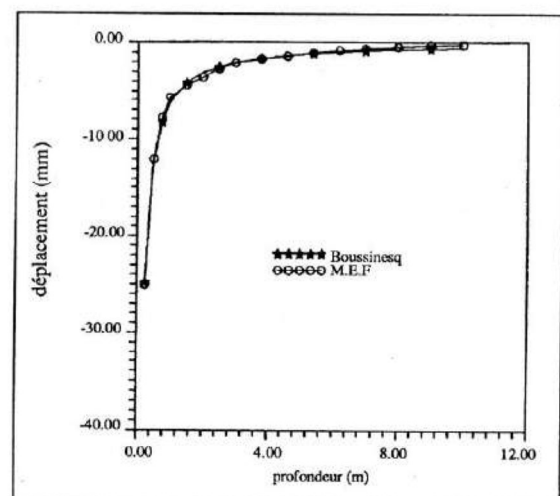


Figure 10 : Comparaison des déplacements entre la M.E.F. et les résultats de Boussinesq, sous l'axe de la fondation.

4.2 Analyse du problème de Boussinesq par la technique de couplage

Dans cette étude, vingt éléments finis seulement (après étude de convergence) ont été couplés avec les 3 types d'éléments infinis. Les résultats obtenus sont nettement supérieurs, par rapport à ceux obtenus par la M.E.F, sur le double plan ; de la performance et la souplesse au niveau du traitement.

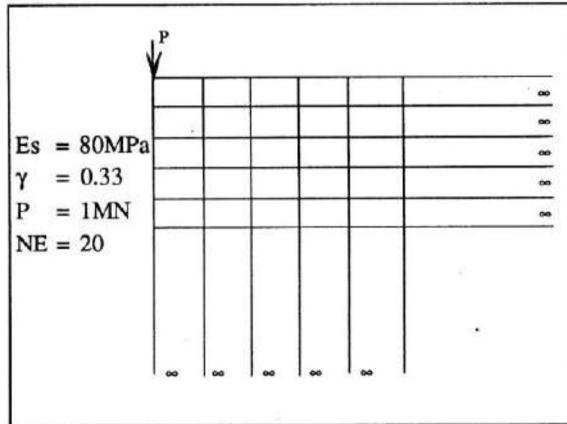


Figure 11 : Modèle éléments finis-infinis couplés Charge concentrée.

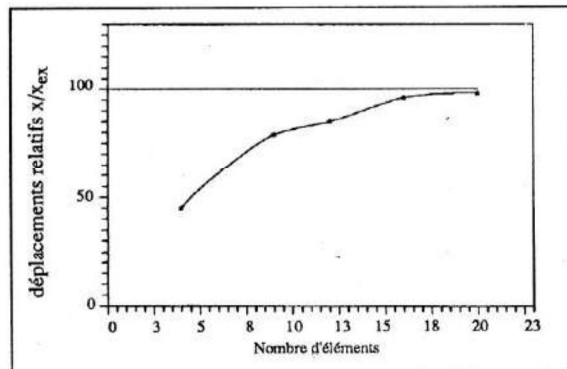


Figure 12 : Convergence de la méthode du couplage.

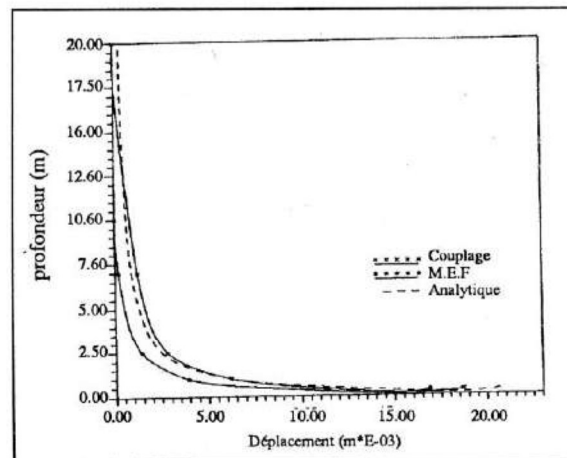


Figure 13 : Comparaison des déplacements verticaux par différentes méthodes.

4.3 Analyse de l'influence des rigidités de la fondation et du sol par la technique de couplage

Dans cette application, la charge répartie est considérée comme une structure (fondation) qui repose sur un sol semi-infini (Interaction sol-structure).

Le traitement numérique se fait cette fois-ci avec soixante quatre éléments finis (après étude de convergence) couplés avec les trois types d'éléments infinis.

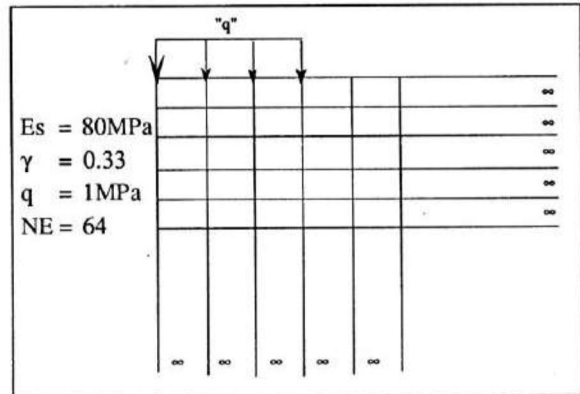


Figure 14 : Modèle éléments finis-infinis couplés Charge répartie.

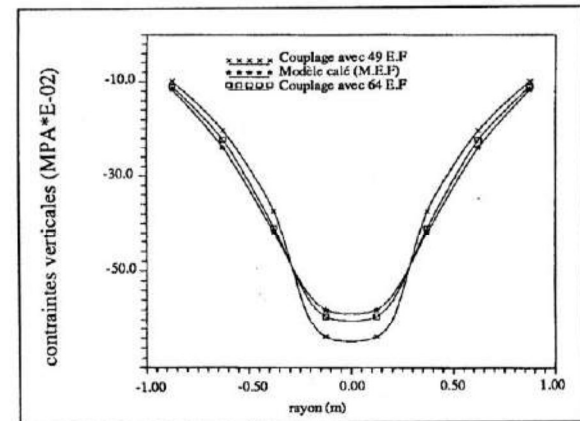


Figure 15 : Comparaison des contraintes verticales dans une section horizontale calculées par différents modèles.

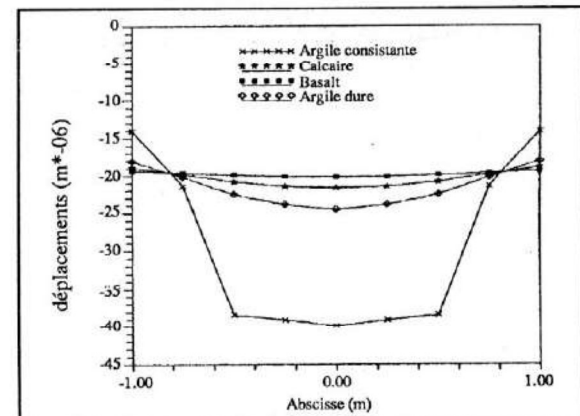


Figure 16 : Comparaison des contraintes verticales Comparaison des déplacements pour des rigidités de sols différents avec Ef fixe.

5 CONCLUSION

La combinaison des techniques numériques récentes, appliquées d'une manière spécifique aux différentes régions qui constituent la structure globale permet de surmonter certaines difficultés d'analyse relatives à la nature du problème traité avec une grande efficacité.

A ce titre, la couplage de la méthode des éléments finis et la méthode des éléments infinis a rendu possible un traitement plus rigoureux des problèmes caractérisés par un comportement asymptotique en champ lointain.

Ainsi, la comparaison entre les deux méthodes a montré que la convergence vers la solution exacte se fait avec un nombre réduit d'éléments finis couplés avec les trois types d'éléments infinis par rapport au nombre d'éléments utilisés dans le modèle éléments finis.

Par ailleurs, l'effet de l'interaction sol-fondation conduit à une augmentation des déplacements et une réduction des contraintes. Aussi, les contraintes dans la structure sont plus importantes pour le cas d'un sol rigide que pour un sol flexible, ceci rend l'hypothèse selon laquelle les structures sont supposées être encastrees à leur base sécuritaire. Cependant, il importe de souligner l'aspect économique qui devrait être pris en considération lors des études de dimensionnement des structures d'importance et ce en tenant en ligne de

compte l'effet de l'interaction sol-structure.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.H Atkinson : "Fondations and slopes, an introduction to applications of state soil mechanics" Mc Graw-Hill Book Company (UK) Limited 1981.
- [2] K.J Bathe : "Finite element procedures in engineering analysis". Prentice-Hall, Englewood cliffs, New-jersey 1982.
- [3] P. Betters : "Infinite elements". Int. J. Num. Meth. Eng. 11, pp 53-64 1977.
- [4] G. Dhatt & G. Touzot : "Une présentation de la méthode des éléments finis". Maloine Edition 1984.
- [5] P. Kumar : "Static infinite element formulation". Journal of structural engineering, vol. 111, N°11, Nov 1985.
- [6] O.C Zienkiewicz : "The finite element method" . Fourth edition, volume 1, Basic formulation and linear Problems, Mc Graw-Hill international (UK) limited 1989.

Réponse au questionnaire

Nous remercions vivement les lecteurs qui ont répondu au questionnaire paru dans les numéros 24 & 25 Septembre & Juin 1996.

Les attentes exprimées étaient :

- Mettre en place un comité de lecture.
- Publier un plus grand nombre d'articles.
- Revenir à une publication bimestrielle de la revue.
- Décerner un prix du meilleur article afin de promouvoir la recherche dans le domaine du génie civil et encourager les chercheurs et ingénieurs à publier.

Pour la première attente, la mise en place du comité de lecture est en cours ; dans une prochain numéro la liste des membres sera publiée.

Pour la 2ème attente, on peut déjà constater dans ce numéro, l'augmentation du nombre d'articles publiés.

Concernant la 3ème attente, la Direction de l'Ecole Nationale des Travaux Publics a pris en considération cette suggestion et se propose de la concrétiser pour l'année 1998.

Enfin quant à l'instauration d'un prix annuel de la meilleure publication, la direction de l'ENTP en collaboration avec le comité de lecture, étudiera son opportunité.

La Rédaction